

**Feuille de TD 2 : systèmes linéaires****Exercice 1. multiplication matrice-vecteur**

Soient les vecteurs et les matrices suivants :

$$u = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, w = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Donner les produits matrice-vecteur possibles et les effectuer.

**Exercice 2. multiplication de matrice-vecteur (suite)**

Effectuer les multiplications matrice-vecteur suivantes lorsqu'elles sont possibles.

$$1. \begin{pmatrix} 11 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6 \\ 21 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & -1 & 14 \\ 10 & -9 & 7 \\ 0 & 2 & 16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -7 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} -2 & 2 & 14 & 5 \\ -17 & -11 & -9 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -10 \\ -22 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} -1 & 16 & -11 \\ -11 & 5 & -1 \\ 6 & -7 & -1 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ 10 \\ -19 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} -1 & 16 & -11 \\ -11 & 5 & -1 \\ 6 & -7 & -1 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ 10 \\ -19 \end{pmatrix}$$

**Exercice 3. Opérations élémentaires sur les lignes**

Démontrer que les systèmes suivants sont équivalents à :

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y - z = -1 \\ 9x + 3y + 7z = 14 \end{cases}$$

$$1. \begin{cases} x + 2y - z = -1 \\ 9x + 3y + 7z = 14 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} -x - y - z = -1 \\ 2x + 4y - 2z = -2 \\ 9x + 3y + 7z = 14 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x + 2y - z = -1 \\ 8x + y + 8z = 15 \\ -133x - 133y - 133z = -133 \end{cases}$$

Que peut-on dire de tels systèmes?

**Exercice 4. Résolution de systèmes linéaires**

On considère le système suivant :

$$\begin{cases} 3x + y = 0 \\ 6x + 2y + z = 2 \\ 9x + 3y + 7z = 14 \end{cases}$$

1. Donner la matrice augmentée  $A$  associée à ce système. Mettre  $A$  sous forme échelonnée puis sous forme échelonnée réduite?
2. Donner le nombre de pivots et dire si le système est compatible. Déterminer l'ensemble des solutions du système linéaire.
3. Mêmes questions pour le système suivant :

$$\begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ 3x - y - 2z = 0 \\ x + y - z = -2 \\ x + 2y + z = 1 \end{cases}$$

**Exercice 5. Résolution de systèmes linéaires**

$$a) \begin{cases} x + y + 2z = 5 \\ x - y - z = 1 \\ x + z = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - 3y + 6z + 2t = 5 \\ y - 2z + t = 1 \\ z - 3t = 2 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x + 2y - 5z + 4t = 0 \\ 2x - 3y + 2z - 3t = 0 \\ 4x - 6y + z - 6t = 14 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x - 3y + z = 1 \\ 2x + y - z = -1 \\ x + 11y - z = 5 \end{cases} \quad e) \begin{cases} 2x + y - 2z = 10 \\ 3x + 2y + 2t = 1 \\ 5x + 4y + z + 3t = 14 \end{cases} \quad f) \begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ -5x + 3y + 2z = 1 \\ -4x + 2y + 2z = -3 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} x + y + z + t = 10 \\ x - y + z + t = 6 \\ x + y - z + t = 4 \\ x + y + z - t = 4 \end{cases} \quad i) \begin{cases} 2x + 3y - 5z + 4t = 43 \\ -3x + 2y + z - 2t = 5 \\ 4x - y + 2z + 3t = -13 \\ 5x + y + 3z + t = -28 \end{cases} \quad j) \begin{cases} x + y - 2z = 7 \\ x + 4y - 2z + 3t = 25 \\ -x + y + 2z + t = 1 \\ 3x + 2y - 6z + t = 23 \end{cases}$$