

Contrôle continu numéro 2 (1h)

Les réponses aux exercices doivent être clairement rédigées. Le détail des calculs doit apparaître sur la copie. La présentation doit être la plus soignée possible. Le barème donné pour chaque exercice est indicatif, le correcteur se garde la possibilité de le modifier.

Exercice 1. (5 points)

Soient a, b , et c des réels fixés. Calculer, sans développer, le déterminant de la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1+a & a & a & a \\ b & 1+b & b & b \\ c & c & 1+c & c \\ d & d & d & 1+d \end{pmatrix}$$

Discuter de l'inversibilité de A suivant les valeurs de a, b , et c .

Exercice 2. (4 points)

Calculer le déterminant de chacune des matrices suivantes.

$$B = \begin{pmatrix} 10 & 10 & 10 \\ 44 & 88 & 53 \\ -21 & -21 & -21 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Exercice 3. Diagonalisation (11 points)

On considère les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

Pour les matrices A et B ,

1. Calculer les polynômes caractéristiques de chacune de ces matrices.
2. En déduire les valeurs propres de chacune de ces matrices dans \mathbb{R} , puis si nécessaire dans \mathbb{C} .
3. Calculer le sous-espace propre associé à chaque valeur propre. Quels sont les matrices diagonalisables dans \mathbb{R} ? dans \mathbb{C} ?
4. Diagonaliser les matrices diagonalisables.