

### TP MAPLE 1, intégration.<sup>1</sup>

#### Exercice 1.

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin(x)}{x} dx.$$

1. Montrer que Maple donne un sens à cette intégrale.  
*Et vous quel sens lui donnez vous ?*
2. Montrer que la fonction  $x \mapsto \frac{\sin(x)}{x}$  n'est pas (absolument) intégrable sur l'intervalle considéré.

#### Exercice 2. Pour $q > 0$ , on considère

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-qx}}{\sqrt{x}} dx.$$

1. Cette intégrale existe t'elle ?  
*On donnera simplement les arguments sans rédaction.*
2. Calculer la valeur de cette intégrale à l'aide de Maple. On calculera une valeur approchée également.
3. Comment auriez vous procédé sans Maple ?
4. Effectuer cette méthode à l'aide de Maple.  
*Indication: Utiliser la fonction `changevar` du package `student` sur l'intégrale formelle définie avec `Int`.*

#### Exercice 3. Déterminer les réels $a$ , $b$ et $c$ pour que les primitives de la fonction réelle $f$ de variable réelle définie par

$$f(x) = \frac{ax^8 + bx^7 + c}{x^8 + 7x^7 + 13x^6 - 11x^5 - 50x^4 - 8x^3 + 64x^2 + 16x - 32}$$

soient des fractions rationnelles ? On procédera de la manière suivante :

1. Commencer par factoriser le dénominateur.
2. Écrire la forme attendue pour la décomposition en éléments simples puis effectuer cette dernière à l'aide de Maple.
3. Déterminer les équations en  $a$ ,  $b$  et  $c$  dont les solutions répondent au problème puis les résoudre.
4. Vérifier ces résultats.

#### Exercice 4. Pour $a$ et $b$ deux réels. On souhaite calculer la primitive

$$\int e^{ax} \sin(bx) dx$$

1. Commencer avec Maple directement.
2. Quelle méthode simple permet de résoudre ce problème ?
3. Mettre en place cette méthode simple à l'aide du logiciel.  
*Indication : utiliser la fonction `intparts` pour obtenir une équation dont l'intégrale est l'inconnue, et la résoudre. La fonction `isolate` peut vous être utile.*

---

<sup>1</sup>le corrigé sera mis en ligne à l'adresse <http://www.lsta.upmc.fr/doct/patra/>, un imprimé peut être obtenu sur simple demande.

**Exercice 5.** Écrire une procédure prenant pour argument une fonction  $f$  et deux bornes  $a$  et  $b$  et permettant une résolution approché de l'intégrale de  $f$  entre  $a$  et  $b$ . Comparer les résultats avec un calcul direct par Maple du type `evalf(int)`.

*cet "exercice" ne doit pas vous faire perdre de vue que Maple est logiciel de calcul symbolique. Il s'agit simplement d'un entraînement pour vous faire manipuler quelques boucles.*

**Exercice 6.** Soit

$$f : ]-3, 3[ \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}}$$

Calculer une primitive de  $f$  par le changement de variable  $x = 3\sin(t)$ .

**Exercice 7.** On considère la primitive suivante

$$\int \frac{x^3 + 3x^2 - x + 3}{x^4 + 2x^3 - x^2 + 4x + 1} dx.$$

1. Calculer directement cette intégrale.
2. Effectuer une décomposition en élément simple de l'intégrande.
3. Utiliser cette décomposition pour calculer l'intégrale.